

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Макаров Алексей Владимирович  
Должность: И.о. директора технологического колледжа  
Дата подписания: 17.01.2024 10:30:51  
Уникальный программный ключ:  
7f14295cc243663512787ff1135f9c1203eca75d

Приложение к ППССЗ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский государственный аграрный университет –  
МСХА имени К.А. Тимирязева»  
(ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева)  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

## КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

по дисциплине «ОУД.04 Математика»

специальность: 21.02.05 Земельно-имущественные отношения

форма обучения: очная

Москва, 2022

## Содержание

1. Общие положения.....	3
2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.....	4
3. Контрольно-оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации.....	6

## 1. Общие положения

### 1.1 Цели и задачи промежуточной аттестации

Целью промежуточной аттестации обучающихся является установление соответствия результата освоения обучающимися личностных, метапредметных, предметных результатов освоения программы дисциплины требованиям к результатам освоения основной образовательной программы ФГОС среднего общего образования, сформированности общих компетенций требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 21.02.05 Земельно-имущественные отношения, рабочей программы учебной дисциплины ОУД.04 Математика.

Главной задачей промежуточной аттестации обучающихся является проверка и оценка уровня освоения обучающимися предметных результатов освоения программы, сформированности общих компетенций учебной дисциплины ОУД.04 Математика.

#### **Предметные результаты:**

П1 сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математике в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

П2 сформировать представление о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

П3 владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

П4 владение стандартными приемами решение рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

П5 сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

П6 владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, и их основных свойствах, сформировать умение распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

П7 сформировать представление о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умение находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

П8 владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

## 1.2. Форма промежуточной аттестации

- контрольной работы (1 семестр); Экзамен (2 семестр).

Фонд оценочных средств содержит контрольно-оценочные средства, необходимых для проведения текущего контроля и экзамена.

## 1.3. Система оценивания результатов выполнения заданий

Оценивание результатов выполнения заданий промежуточной аттестации обучающихся осуществляется на основе следующих принципов:

достоверности оценки – оценивается уровень сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций, продемонстрированных обучающимися в ходе выполнения задания;

адекватности оценки – оценка выполнения заданий должна проводиться в отношении тех компетенций, которые необходимы для эффективного выполнения задания;

надежности оценки – система оценивания выполнения заданий должна обладать высокой степенью устойчивости при неоднократных оценках уровня сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций обучающихся;

комплексности оценки – система оценивания выполнения заданий должна позволять интегративно оценивать общие и профессиональные компетенции обучающихся;

объективности оценки – оценка выполнения конкурсных заданий должна быть независимой от особенностей профессиональной ориентации или предпочтений преподавателей, осуществляющих контроль или аттестацию.

При выполнении процедур оценки заданий используются следующие основные методы:

метод расчета первичных баллов;

метод расчета сводных баллов;

Результаты выполнения заданий оцениваются в соответствии с разработанными критериями оценки.

Используется пяти бальная шкала для оценивания результатов обучения:

Перевод пяти бальной шкалы учета результатов в пяти бальную оценочную шкалу:

<b>Оценка</b>	<b>Количество баллов, набранных за выполнение теоретического и практического задания, средний балл по итогам аттестации</b>
Оценка 5 «отлично»	4,6-5
Оценка 4 «хорошо»	3,6-4,5
Оценка 3 «удовлетворительно»	3-3,5
Оценка 2 «неудовлетворительно»	≤ 2,9

## 2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

### Объекты оценивания:

- П1 сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математике в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- П2 сформировать представление о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий
- П3 владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- П4 владение стандартными приемами решение рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- П5 сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- П6 владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, и их основных свойствах, сформировать умение распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- П7 сформировать представление о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умение находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- П8 владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

**Метод проведения аттестации:** выполнение экзаменационного комплексного задания.

### Задание:

1. Ответить на вопросы.
2. Решить задачи.

**Форма аттестации:** выполнение комплексного задания.

### Задание:

1. Теоретическое: ответить на два вопроса, при выполнении задания обучающийся может в письменной форме составить план ответа на вопрос;
2. Практическое: выполнение двух практических заданий.

**Условия выполнения задания:**

- 1) задание выполняется в кабинете «Математика»;
- 2) обучающиеся отвечают на два теоретических вопроса;
- 3) практическое задание выполняется письменно на бумажном носителе.
- 4) время, отводимое на выполнение задания - 270 минут, в том числе:
- 5) письменный ответ на вопросы – 240 мин: (15 мин на подготовку, 225 мин на собеседование)
- 6) решение задачи - 30 мин.
- 7) максимальный балл за задание - 5 баллов, в том числе:  
 ответ на вопросы - 2 балла;  
 выполнение письменного задания - 3 балла.

### 3. Контрольно-оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

#### 3.1 Задания для текущего контроля

Варианты тестов:

##### 1 вариант

1. Выберите один вариант ответа

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{x^2 - 3x + 2}$  равно ...

Варианты ответов:

- 1) 0; 2) 2; 3)  $\infty$ ; 4) -2

2. Выберите один вариант ответа

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$  равно ...

Варианты ответов:

- 1) 1/2; 2) 1; 3) 0; 4) 2/3

3. Выберите один вариант ответа.

Скорость точки, движущейся прямолинейно по закону  $s(t) = t^3 + t^2 - 4$ , в момент времени  $t=1$  равна ...

Варианты ответов:

- 1) -2; 2) -1; 3) 1; 4) 5

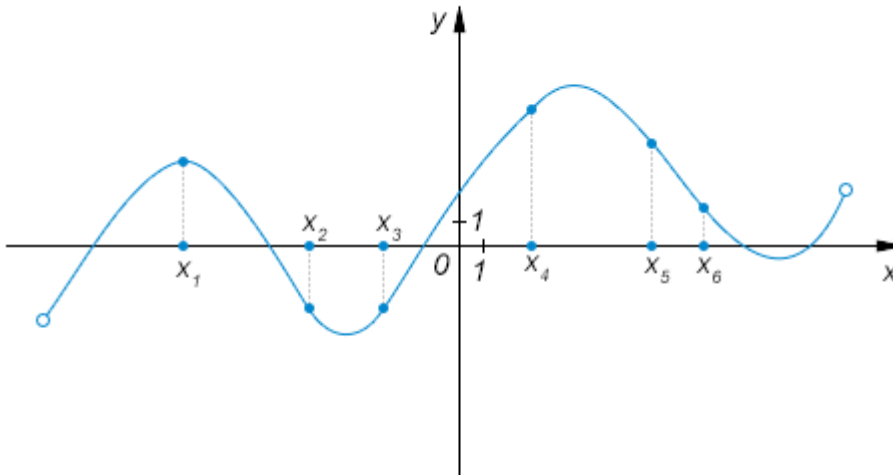
4. Выберите один вариант ответа

Производная функции  $y = 2 \cos 3x$  имеет вид ...

Варианты ответов:

- 1)  $y = -2\sin 3x$ ; 2)  $y = -6\sin 3x$ ; 3)  $y = 6\sin x$ ; 4)  $y = 2\sin 3x$

5. На рисунке изображен график функции и отмечены шесть точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . Сколько среди этих точек таких, в которых производная функции отрицательна?

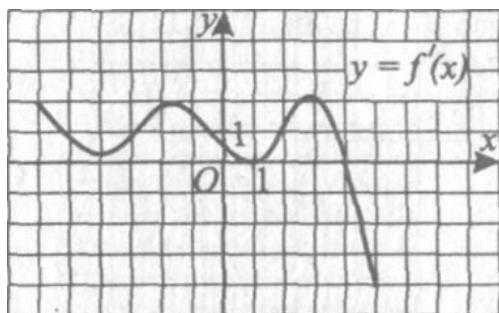


Варианты ответов:

- 1) 1; 2) 5; 3) 3; 4) нет ни одной

6. Закончите предложение.

Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-7; 7)$ . На рисунке изображен график ее производной. Функция  $y = f(x)$  имеет максимум в точке  $x_0 = \dots$



Ответ:

7. Выберите один вариант ответа.

Множество всех первообразных функции  $f(x) = \frac{3}{\cos^2 x} - 2x + 1$  имеет вид ...

Варианты ответа:

- 1)  $3\text{ctgx} - x^2 + x + c$ ; 2)  $\frac{3}{\sin^2 x} - x^2 + x + c$ ;  
 3)  $3\text{tgx} - x^2 + x + c$ ; 4)  $3\text{tgx} - 2 + c$

2. Выберите один вариант ответа

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ равен...}$$

Варианты ответа:

- 1)  $\frac{\pi}{4}$ ; 2)  $-\frac{\pi}{4}$ ; 3) 0; 4) 1

9. Выберите один вариант ответа

$$\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} \frac{1}{2\cos^2 x} dx \text{ равен...}$$

Варианты ответа:

- 1) -2; 2) 2; 3)  $\frac{1}{2}$ ; 4)  $-\frac{1}{2}$

10. Выберите верное утверждение

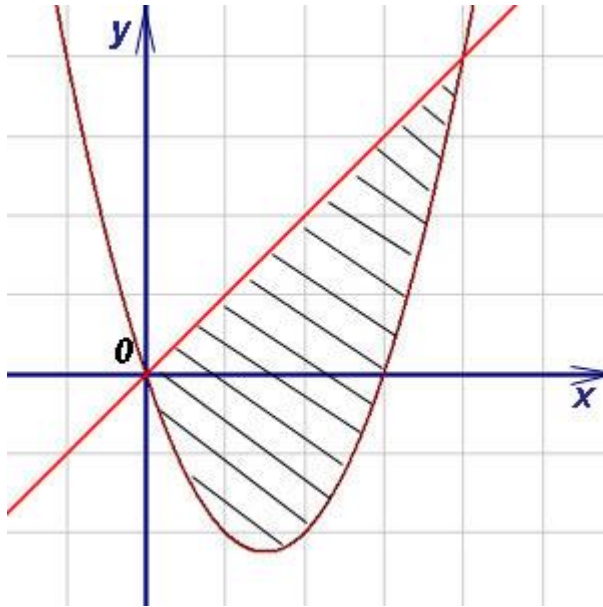
Геометрический смысл определенного интеграла от функции  $y = f(x)$  в интервале  $[a; b]$  в системе декартовых координат это:

Варианты ответа:

- 1) длина линии  $y = f(x)$  в промежутке  $[a; b]$ ;  
 2) **площадь фигуры, ограниченной линией  $y = f(x)$  в промежутке  $[a; b]$**   
 3) среднее значение функции  $y = f(x)$  в промежутке  $[a; b]$   
 4) максимальное значение функции  $y = f(x)$  в промежутке  $[a; b]$

11. Найти площадь фигуры, заключённой между параболой  $y = x^2 - 3x$  и прямой  $y = x$ .





Варианты ответа:

- 1)  $10/3$  кв. ед. 2) 72 кв. ед. 3) 50 кв. ед. 4)  $32/3$  кв. ед.

## 2 вариант

1. Выберите один вариант ответа

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 9}$  равно ...

Варианты ответа:

- 1) -3; 2)  $\infty$ ; 3) 0; 4)  $-\frac{1}{3}$

2. Выберите один вариант ответа

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 4} \left[ 2(x+3) - \frac{x}{x-2} \right]$  равно ...

Варианты ответа:

- 1)  $e^{-3}$ ; 2) 3; 3)  $\infty$ ; 4) 12

3. Выберите один вариант ответа

Производная функции  $y = x^2 \cdot e^x$  имеет вид ...

Варианты ответа:

- 1)  $y' = 2x \cdot e^x + x^3 \cdot e^{x-1}$ ; 2)  $y' = 2x \cdot e^x$ ;  
 3)  $y' = 2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x$ ; 4)  $y' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$

4. Выберите один вариант ответа.

Тело движется по координатной прямой согласно закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + 5t - 7$ , где  $x(t)$  — координата тела в момент времени  $t$ . Его скорость при  $t=3$  равна...

Варианты ответа:

- 1) 10,5 2) 7 3) 6,5 4) 15

5. Выберите один вариант ответа.

Вторая производная функции  $y = e^x + x^7$  имеет вид ...

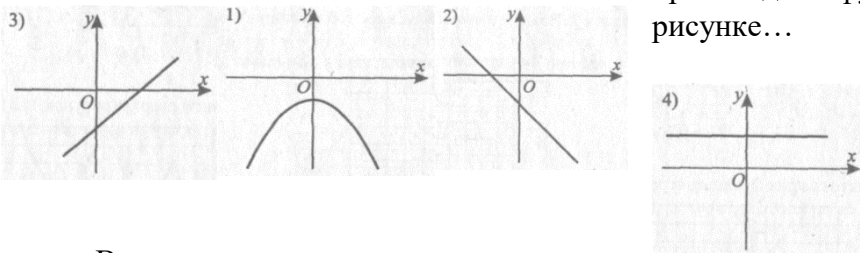
Варианты ответа:

- 1)  $y = e^x - 7x^6$ ; 2)  $y = e^x - 42x^5$ ;  
 3)  $y = (e^x)^2 - 13x^5$ ; 4)  $y = e^x + 42x^5$

6. Выберите один вариант ответа.

Известно, что функция  $y = g(x)$  возрастает на всей числовой прямой. Эскиз графика

производной функции  $y = g'(x)$  изображен на рисунке...

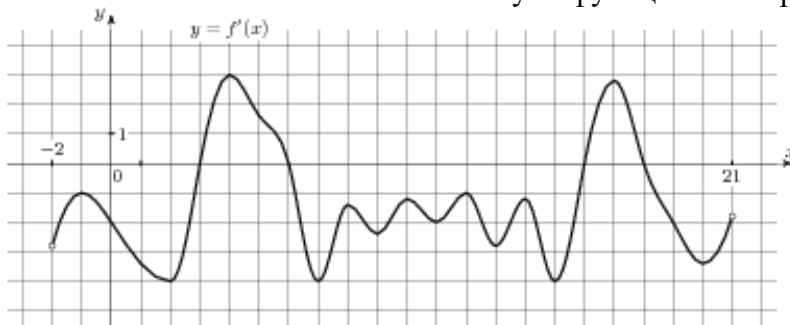


Варианты ответа:

- 1) рис.1; 2) рис. 2; 3) рис. 3; 4) рис.4

7. Закончите предложение.

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 16)$ . Количество точек минимума функции  $f(x)$  равно...



Ответ

1. Выберите один вариант ответа.

Множество всех первообразных функции  $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$  имеет вид ...

Варианты ответа:

- 1)  $6x - 2$ ; 2)  $\frac{3x^3}{2} - 2x^2 + 4x + c$ ; 3)  $x^3 - x^2 + 4 + c$ ; 4)  $x^3 - x^2 + 4x + c$

2. Выберите один вариант ответа

$$\int_0^1 \frac{3}{2x^{-2}} dx \text{ равен}$$

Варианты ответа:

1)  $\frac{2}{3}$  ; 2)  $-\frac{1}{2}$  ; 3)  $-\frac{1}{3}$  ; 4)  $\frac{1}{2}$

3. Выберите один вариант ответа

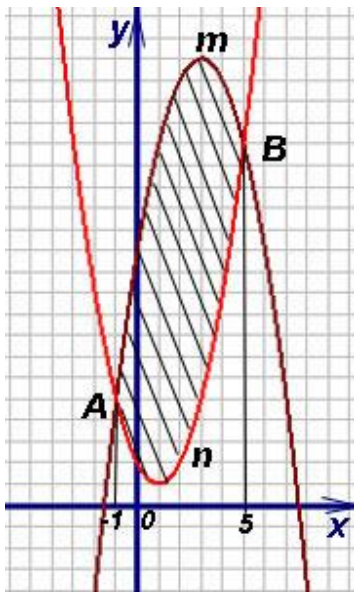
$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{-2}{\cos^2 x} dx \text{ равен...}$$

Варианты ответа:

1) -2; 2) 2; 3)  $\frac{1}{2}$  ; 4)  $-\frac{1}{2}$

11. Выберите один вариант ответа

Найти площадь фигуры, заключённой между параболой  $y = x^2 - 2x + 2$  и  $y = 12 + 6x - x^2$



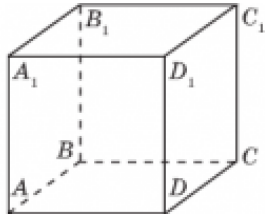
Варианты ответа:

1) 10 кв. ед. 2) 72 кв. ед. 3) 50 кв. ед. 4) 64 кв. ед.

**1 вариант (геометрия)**

1. Выбрать верное утверждение.

- а) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна;
- б) Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
- в) Через три пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна;
- г) Через прямую и точку проходит плоскость, и притом только одна.



2.

ABCD A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – куб. Тогда плоскости (ABC) и (DD<sub>1</sub>C<sub>1</sub>)

- а) пересекаются;
- б) не пересекаются;
- в) совпадают.

3. Какие из нижеописанных призм являются правильными?

- а) призма, у которой основания – правильные многоугольники;
- б) призма, у которой боковые грани – равные прямоугольники;
- в) прямая призма, у которой в основании лежит правильный многоугольник;**
- г) среди данных описаний правильной призмы нет.

4. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания  $a=2\sqrt{2}$  см, высота пирамиды  $H=1$  см. Найдите площадь диагонального сечения.

- а) **2 см<sup>2</sup>**
- б) 4 см<sup>2</sup>
- в)  $2\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>
- г)  $\sqrt{2}/2$  см<sup>2</sup>

5. Цилиндр катится по плоскости. Какая фигура получится при движении его оси?

- а) цилиндр
- б) **плоскость**
- в) окружность
- г) прямоугольник

6. Какой геометрической фигурой является множество точек пространства, равноудаленных от данной точки?

- а) окружность
- б) шар
- в) **сфера**
- г) круг

7. Высота цилиндра 3 см, радиус основания равен 2 см. Найдите наибольшую длину карандаша, который полностью поместился бы в этот цилиндр.

- а) 3 см
- б)  $\sqrt{13}$  см
- в) **5 см**
- г) 4,5 см

8. Верно ли утверждение: если прямая  $a$  пересекает прямую  $b$ , а прямая  $b$  пересекает прямую  $c$ , то прямые  $a$  и  $c$  - пересекающиеся прямые?

- а) да
- б) **нет**

3. Одна из диагоналей ромба равна его стороне. Каковы внутренние углы этого ромба?

- а) 45° и 90°
- б) все по 90°
- в) **60° и 120°**
- г) 45° и 135°

10. Отрезок длиной 10 см образует с плоскостью угол 45°. Один конец данного отрезка лежит в плоскости. На каком расстоянии от плоскости находится второй конец отрезка?

- а) 10 см
- б) 5 см
- в) 7 см
- г)  **$5\sqrt{2}$  см**

11. Поверхность шара равна  $9\pi$  см<sup>2</sup>. Чему равен объем этого шара?

- а)  **$4,5\pi$  см<sup>3</sup>**
- б)  $36\pi$  см<sup>3</sup>
- в)  $108\pi$  см<sup>3</sup>
- г) 108 см<sup>3</sup>

12. Площадь боковой поверхности куба равна 36 см<sup>2</sup>. Чему равна диагональ этого куба?

- а)  $3\sqrt{2}$  см                                      в)  $3\sqrt{3}$  см  
 б)  $4\sqrt{3}$  см                                      г)  $\sqrt{18}$  см

13. Прямоугольный треугольник с катетом, равным 5 см и прилежащим углом  $60^\circ$ , вращается вокруг этого катета. Найдите площадь боковой поверхности полученной фигуры.

- а)  $50\sqrt{3} \pi$  см<sup>2</sup>                                      в)  $50\pi$  см<sup>2</sup>  
 б)  $25\sqrt{3}\pi$  см<sup>2</sup>                                      г)  $75\pi$  см<sup>2</sup>

14. В правильной четырехугольной призме диагональное сечение – квадрат со стороной  $3\sqrt{2}$  см. Найдите площадь основания призмы.

- а) 6 см<sup>2</sup>    в) 4,5 см<sup>2</sup>  
 б) 18 см<sup>2</sup>    г) 9 см<sup>2</sup>

15. Если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб, точка  $M$  – середина ребра  $A_1 B_1$  и точка  $N$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , то верны ли высказывания: 1)  $\angle A D_1 C = 90^\circ$  2).  $MN \parallel BD$

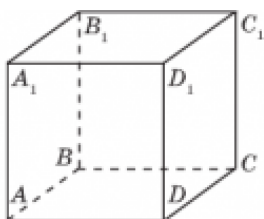
- а) верно 1    в) верно 1 и 2  
 б) верно 2    г) верных нет

## 2 вариант (геометрия)

1. Выбрать верные утверждения.

- а) Любые три точки лежат в одной плоскости;  
 б) Любые четыре точки не лежат в одной плоскости;  
 в) Если три точки из четырёх лежат в одной плоскости, то эти четыре точки не лежат в одной плоскости;  
 г) Если 3 точки лежат на одной прямой, то через них можно провести бесконечно много плоскостей.

2.



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Тогда плоскости  $(A B_1 C_1)$  и  $(C D D_1)$

- а) пересекаются;  
 б) не пересекаются;  
 в) совпадают.

3. Какие из нижеописанных пирамид являются правильными:

- а) пирамида, у которой все боковые ребра равны;  
 б) пирамида, у которой основание – правильный многоугольник, а высота проходит через его центр;  
 в) пирамида, у которой все боковые грани равны?

4. В правильной треугольной призме сторона основания равна 24 см, а боковое ребро 10 см. Найдите периметр сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания.

- а) 68 см    в) 76 см  
 б) 58 см    г) 44 см

5. Конус катится по плоскости так, что его вершина остается неподвижной. Какую фигуру описывает центр основания конуса?
- а) **окружность**    в) прямую  
б) круг    г) точку
6. Какой геометрической фигурой является множество точек пространства, удаленных от данной точки на расстояние, не большее данного?
- а) окружность    в) сфера  
б) круг    г) **шар**
7. Все высоты данного треугольника пересекаются в одной из его вершин. Какой это треугольник?
- а) разносторонний                                      в) равносторонний  
б) равнобедренный                                      г) **прямоугольный**
8. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Можно ли в этот цилиндр поместить шар с радиусом 7 см?
- а) **да**    б) нет
9. Как должны быть расположены полозья лыж относительно друг друга, чтобы лыжник упал?
- а) параллельно    б) пересекаться    в) **скрещиваться**
10. Три мухи сидели на потолке. В 12 часов дня они разлетелись в разные стороны. Через какое время они окажутся в одной плоскости?
- а) через 12 часов  
б) пока снова не сядут на стену или потолок  
в) **в любое время будут в одной плоскости**  
г) в этот день в одной плоскости они уже не будут ни в какое время.
11. Объем конуса равен  $9\sqrt{3}\text{лсм}^3$ . Найдите высоту конуса, если его осевое сечение – равносторонний треугольник.
- а) 3 см    в)  $\sqrt{3}\text{см}$   
б)  **$3\sqrt{3}\text{см}$**     г)  $6\sqrt{3}\text{см}$
12. ABCD – квадрат, BM перпендикулярен к плоскости квадрата. Найдите длину отрезка DM, если  $AB = \sqrt{12}\text{ см}$ ,  $BM = 5\text{ см}$ .
- а) 6 см    в)  $6\sqrt{2}\text{ см}$   
б) **7 см**    г)  $5\sqrt{3}\text{ см}$
13. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – куб и точка K – середина ребра AB, точка M – середина ребра AD. Какие из высказываний будут верными:
1.  $\angle AB_1C = 90^\circ$ ;    2.  $KM \parallel B_1C$ .
- а) верно 1    в) верно 1 и 2  
б) верно 2    г) **верных нет**
14. В плоскости взяты произвольно точки A, B, C. Точка D взята произвольно вне этой плоскости. Может ли четырехугольник ABCD быть трапецией?
- а) может    б) **нет не может**
15. В пространстве взята прямая a и точка A вне этой прямой. Можно ли утверждать, что любая прямая, проведенная через точку A и пересекающая прямую a, лежит с ней в одной плоскости?
- а) **да**    б) нет    в) не всегда

### 3.2 Задания для промежуточной аттестации

#### I семестр (контрольная работа)

##### Перечень теоретических вопросов

1. Целые и рациональные числа.
2. Действительные числа.
3. Приближенные вычисления.
4. Комплексные числа.
5. Корни и степени.
6. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
7. Степени с рациональными показателями, их свойства.
8. Степени с действительными показателями, их свойства.
9. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество.
10. Логарифмы. Свойства логарифмов.
11. Логарифм. Десятичные и натуральные логарифмы.
12. Логарифм. Определение. Правила действий с логарифмами.
13. Логарифм. Основные понятия. Переход к новому основанию.
14. Преобразование алгебраических выражений.
15. Преобразование рациональных и иррациональных выражений.
16. Преобразование степенных и показательных выражений.
17. Преобразование показательных и логарифмических выражений.
18. Радианная мера угла. Вращательное движение.
19. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
20. Знаки, числовые значения и свойства четности, нечетности тригонометрических функций.
21. Тригонометрические функции числового аргумента.
22. Основные тригонометрические тождества.
23. Формулы приведения.
24. Формулы сложения.
25. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.
26. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.
27. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.
28. Преобразования простейших тригонометрических выражений.
29. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
30. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
31. Простейшие тригонометрические уравнения.
32. Простейшие тригонометрические неравенства.
33. Функции. Основные понятия. Область определения и множество значений.
34. Функции. График функции.
35. Функции. Построение графиков функций, заданных различными способами.

36. Функции. Свойства функции.
37. Функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность.
38. Функции. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация.
39. Сложная функция (композиция). Арифметические операции над функциями.
40. Функции. Понятие о непрерывности функции.
41. Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции.
42. Обратные функции. Свойства. График обратной функции.
43. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
44. Логарифмические уравнения и неравенства.
45. Показательная функция, ее свойства и график.
46. Показательные уравнения и неравенства.
47. Степенная функция, ее свойства и график.
48. Уравнения и неравенства степенной функции.
49. Область определения и множество значений функции  $y = \sin x$ , её свойства и график.
50. Область определения и множество значений функции  $y = \cos x$ , её свойства и график.
51. Область определения и множество значений функции  $y = \operatorname{tg} x$ , её свойства и график.
52. Область определения и множество значений функции  $y = \operatorname{ctg} x$ , её свойства и график.
53. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно осей координат.
54. Преобразования графиков функций. Параллельный перенос.
55. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно начала координат.
56. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно прямой  $y=x$ .
57. Преобразования графиков функций. Растяжение и сжатие вдоль осей координат.
58. Уравнения. Равносильность уравнений,
59. Уравнения. Основные приемы их решения.
60. Системы уравнений. Равносильность систем уравнений.
61. Системы уравнений. Основные приемы их решения.
62. Неравенства. Основные приемы их решения.
63. Неравенства. Равносильность неравенств.
64. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.



65. Метод интервалов.
66. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.
67. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

### Перечень задач

#### Развитие понятия о числе

1. Вычислить:

$$(1+i)^8$$

2. Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z = -5i$$

3. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i$$

Найдите:  $z_1 \cdot z_2$

4. Даны числа:

$$z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$$

$$z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

Найдите:  $z_1 - z_2$

5. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах:  $z = 1 - i\sqrt{3}$

6. Граница абсолютной погрешности приближенного значения 386 числа  $x$  равна 0,5. Укажите границы, в которых заключено число  $x$ .

7. Даны приближенные значения числа  $x = 2/3$ :  $a = 0,6$ ;  $b = 0,66$ ;  $c = 0,67$ . Какое из этих трёх приближений является лучшим?

8. Даны числа:

$$z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$$

$$z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

Найдите:  $z_2$

9. Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z = -2$$

10. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i$$

Найдите:  $z_1 + z_2$

11. Вычислить:

$$\frac{1+i}{1-i}$$

12. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах:

$$z = 2i$$

13. В результате измерений получили, что длина карандаша равна 18 см, а длина комнаты равна 820 см. Что можно сказать о качестве этих двух измерений?

14. Найти относительную погрешность числа 6,8, если обе цифры его верны в строгом смысле.

15. Вычислите относительную погрешность числа  $\pi \approx 3,14$ , считая  $\pi \approx 3,1416$

16. Выполнить действие  $(2+3i)(3-i)$ .

17. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -1 - i$ .

18. Даны комплексные числа  $z_1 = 13 + i$ ,  $z_2 = 7 - 6i$ . Найти

частное  $\frac{z_1}{z_2}$

19. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i \quad \text{Найдите: } z_1 - z_2$$

20. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах:  $z = -3i$

### Корни, степени и логарифмы

1. Вычислите  $\log_5 \log_2 \log_3 \log_2 512$

2. Вычислите  $\frac{2^3 \cdot 11^5}{22^3}$

3. Вычислите  $\frac{1}{2} \log_4 7 + \log_4 32 - \frac{1}{2} \log_4 28$

4. Вычислите  $\log_3 12 - \frac{1}{2} \log_3 32 + \frac{1}{2} \log_3 6$

5. Вычислите  $\frac{0,25^4 \cdot 8^3}{2^5}$

6. Вычислите  $\frac{15^{4+2\sqrt{3}}}{5^{6+2\sqrt{3}} \cdot 3^{3+2\sqrt{3}}}$

7. Вычислите  $(9^{\sqrt{3}-2} - 3^{2\sqrt{3}-3}) \cdot 3^{5-2\sqrt{3}}$

8. Вычислите  $(7^{2\sqrt{2}} - 49^{\sqrt{2}-1}) \cdot 7^{-2\sqrt{2}}$

9. Вычислите  $\frac{9^{\frac{1}{2}} \cdot 21^4}{7^5}$
10. Внесите множитель под знак корня  $2a^3b^2\sqrt[3]{3ab}$ , если  $x > 0, y > 0$ .
11. Вычислить  $-2 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$
12. Вычислить  $\log_6 12 + \log_6 3$ .
13. Найти значение выражения  $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{5}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{8}{5}}$
14. Вычислить  $(\log_2 1024)^{\lg 8}$
15. Разложить на множители  $a - 3a^{\frac{1}{3}}$
16. Вычислить  $\frac{\ln 128}{\ln 4}$
17. Сократить дробь  $\frac{x - 12x^{\frac{1}{2}} + 36}{x^{\frac{1}{2}} - 6}$
18. Найти значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot 6^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{6} \cdot 3^{\frac{4}{3}}}$
19. Вычислить  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \sqrt{\frac{1}{16}}$
20. Вычислить:  $9^{-\frac{4}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$
21. Упростить выражение:  $\sqrt[3]{27 \cdot 54 \cdot 16}$

### Основы тригонометрии

1. Найти знак числа  $\sin \frac{5\pi}{3}$ . Ответ обоснуйте.
2. Найти знак числа  $\text{Ctg} 280^\circ$ . Ответ обоснуйте.
3. Найдите знак числа  $\cos \frac{5\pi}{6}$ . Ответ обоснуйте.
4. Докажите, что  $\text{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \text{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$
5. Вычислить  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$
6. Используя формулы сложения вычислить  $\sin 75^\circ$
7. Докажите тождество  $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$
8. Докажите тождество  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$

9. Упростите выражение

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

10. Вычислить  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 3/5$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

11. Доказать тождество

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

12. Преобразовать в сумму  $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

13. Найди значения остальных тригонометрических функций, если  $\operatorname{tg} \alpha = -5/12$ ;  $\pi/2 < \alpha < \pi$

14. Вычислите  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

15. Вычислить:  $\sin(\alpha + \beta)$ , если  $\sin \alpha = 3/5$ ;  $\pi/2 < \alpha < \pi$ ,  $\cos \beta = -5/13$ ;  $\pi < \beta < 3\pi/2$

16. Вычислить:  $\sin(\alpha - \beta)$ , если  $\cos \alpha = -4/5$ ;  $\pi < \alpha < 3\pi/2$ ,  $\sin \beta = -24/25$ ;  $3\pi/2 < \beta < 2\pi$

17. Найдите  $\sin(\alpha + \beta)$ , если  $\sin \alpha = \frac{40}{41}$ ,  $\cos \beta = -\frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  и  $\beta \in [\pi; 2\pi]$ .

18. Вычислите  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

19. Вычислите  $\sin \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

20. Вычислите  $\frac{48 \sin 16^\circ \cos 16^\circ \cos 32^\circ}{\cos 26^\circ}$

21. Вычислите  $\frac{32 \sin 21^\circ \cos 21^\circ \cos 42^\circ}{\sin 96^\circ}$

22. Докажите тождество  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$ .

23. Докажите тождество  $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \sin 2\alpha$ .

24. Известно, что  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -2$ . Вычислите  $\sin \alpha; \cos \alpha; \operatorname{tg} \alpha; \operatorname{ctg} \alpha$ ;

25. Представьте в виде произведения :

а)  $\cos 78^\circ - \cos 42^\circ$ ; б)  $\sin \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{12}$ ; в)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{12}$ .

26. Докажите тождество:  $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$ .

27. Преобразовать разность  $\cos(2x + y) - \cos(4x - y)$  в произведение.

28. Вычислить  $2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

29. Вычислите  $2 \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 2 \arcsin(-1) + \arcsin 0$ .

30. Упростите выражение: а)  $\cos(\arcsin x)$ , где  $x \in [-1; 1]$ ; б)  $\sin(\operatorname{arctg} x)$ .

31. Используя графическую иллюстрацию, определите знак разности:

а)  $\arcsin \frac{3}{4} - \arcsin 1$ ;

б)  $\arccos \frac{3}{4} - \arccos 1$ ;

в)  $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 4$ ;

г)  $\operatorname{arctg} 3 - \operatorname{arctg} 1,5$ .

32. Найдите значение выражения:

а)  $\arccos \left( \cos \frac{\pi}{6} \right)$ ;

б)  $\arcsin \left( \sin \frac{\pi}{6} \right)$ ;

в)  $\operatorname{arctg} (\operatorname{tg} 1)$ ;

г)  $\operatorname{arccctg} (\operatorname{ctg} 1)$ ;

д)  $\cos \left( \arccos \frac{\sqrt{2}}{6} \right)$ ;

е)  $\sin \left( \arcsin \frac{\sqrt{3}}{6} \right)$ ;

ж)  $\operatorname{tg} (\operatorname{arctg} 1)$ ;

з)  $\operatorname{ctg} (\operatorname{arccctg} 1)$ .

33. Найдите значение выражения:

а)  $\sin \left( \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ;

б)  $\cos \left( \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ;

в)  $\cos (\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arccctg} 1)$ ;

г)  $\operatorname{tg} \left( \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right)$ .

34. Вычислите:

а)  $\arcsin \frac{1}{2}$ ;

б)  $\arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ;

в)  $\operatorname{arctg} (-1)$ ;

г)  $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$ ;

д)  $\arccos 0$ ;

е)  $\arcsin 1$ ;

ж)  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

з)  $\operatorname{arctg} 0$ .

## Функции, их свойства и графики

1. Построить график функции

$$y = x^{-\frac{2}{3}}$$

2. Построить график функции

$$y = x^{-\frac{1}{4}} + 1$$

3. Дана функция  $y = \frac{3x}{x+2}$ . Найти значения функции в точках - 1,  $\frac{1}{2}$ , 10

4. Найти область определения функции  $y = \ln(x^2 - 6x + 10)$

5. Исследовать функцию  $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$  на четность и нечетность.

6. Исследовать на четность и нечетность функцию

$$f(x) = \frac{|x|}{\sin x \cos x}$$

7. Построить график функции  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
8. Построить график функции  $y = \frac{1}{2} \cos x$
9. Построить график функции  $y = |\cos x|$
10. Построить график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
11. Построить график функции  $y = \sin 2x$
12. Построить график функции  $y = 2\sin x$
13. Построить график функции  $y = \sin(-x)$
14. Построить график функции  $y = \operatorname{tg} x + 2$
15. Построить график функции  $y = \operatorname{tg} 2x$
16. Построить график функции  $y = \operatorname{tg}(-x)$ .
17. Построить график функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$  и найти ее промежутки убывания.
18. С помощью графика функции выяснить, сколько корней имеет уравнение  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt[3]{x}$ .
19. Доказать, что функция  $y = \operatorname{tg} 4x$  периодическая с наименьшим положительным периодом  $T = \frac{\pi}{4}$  и найдите ее область определения.
20. Выяснить, является ли функция  $y = 3\sin^2 x + \cos 2x$  четной или нечетной, и найти множество её значений.
21. Построить график функции  $y = 2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) + 1$ .
22. Построить график функции  $y = \cos 2x$  и найти ее промежутки возрастания
23. С помощью графика функции выяснить, сколько корней имеет уравнение  $\cos 2x = x^{\frac{3}{2}}$ .
24. Доказать, что функция  $y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3}x$  периодическая с наименьшим положительным периодом  $T = \frac{3\pi}{2}$  и найдите ее область определения.
25. Выяснить, является ли функция  $y = 3\sin x - 2\cos x$  четной или нечетной, и найти множество её значений.

26. Построить график функции  $y = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$
27. Найдите значение функции  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$ , при  $x = \frac{2\pi}{3}$
28. Найдите значение функции  $y = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ , при  $x = \frac{\pi}{2}$

### Уравнения и неравенства

1. Решите уравнение  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$
2. Решите уравнение  $3 \operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$
3. Решите уравнение  $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$
4. Решите уравнение  $\cos(1-x) = \frac{1}{2}$
5. Решите уравнение  $(\log_2 x)^2 + 2 \log_2 x - 24 = 0$
6. Решите уравнение  $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
7. Решите неравенство  $\log_{0,5}(2-5x) \leq -2$
8. Решите уравнение  $2^{x+1} + 2^x = 24$
9. Решите уравнение графически  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 3$
10. Решите уравнение  $3^{x+1} + 3^x = 108$
11. Решите уравнение  $2^{x+2} + 3 \cdot 2^{x+1} + 7 \cdot 2^x = 68$
12. Решите уравнение  $5^{2x+1} = 5^x + 4$
13. Решите уравнение  $2 \sin^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$
14. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x}$
15. Решите уравнение  $\log_2^2 x = \log_2 x + 2$
16. Решите неравенство  $0,25^{x-3} \leq 2^{3x-2}$
17. Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x - 4 = 0$
18. Решите неравенство  $\frac{1}{4^{x^2}} > 2^{x-3}$
19. Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{3}}^2 x + 4 \log_{\frac{1}{3}} x = 5$
20. Решите неравенство  $0,1^{5x-2} > 0,01^{x^2}$
21. Решить уравнение:  $\sqrt[3]{3x+9} = 3$
22. Решите неравенство  $2^{3+7x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}$

23. Решите уравнение  $27 \cdot 3^{2(x+1)} - 3^{x+2} = 2$
24. Решите уравнение  $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$
25. Решите неравенство  $\log_4(3 - 4x) \geq -1$
26. Решите неравенство  $\log_{16}(0,6 + 2x) \geq -0,25$
27. Решите уравнение  $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$
28. Решите неравенство  $\log_{0,8}(3 - 5x) \geq 0$
29. Решите неравенство  $\log_{0,25}(x-1) + \log_{0,25}(x+1) > \log_{0,25} 3$
30. Решить неравенство  $\sin x \leq \frac{1}{2}$
31. Решить неравенство  $\cos x \geq -\frac{1}{2}$
32. Решите уравнение  $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$
33. Решите уравнение  $2 \sin^2 x = \cos 2x$
34. Решите уравнение  $\cos 4x \cdot \cos 2x = \cos 5x \cdot \cos x$
35. Решите уравнение  $3 \sin^2 x - 7 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$
36. Решите уравнение  $4 \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1$
37. Решите уравнение  $3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 4$
38. Решить уравнение  $5^{2x-4} = 25$
39. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(x+8) - \log_{\frac{1}{2}}(x-3) > \log_{\frac{1}{2}} 3x$
40. Решите уравнение  $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$
41. Решите неравенство  $\log_3(x^2 + 2x) \leq 1$
42. Решите неравенство  $\log_2(x+5) \leq 0$
43. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{4}}(-x^2 - 8x) \leq -2$
44. Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - \log_{\frac{1}{2}} x = 12$
45. Решите уравнение  $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$
46. Решите неравенство  $2^{x^2+3x} < 2^{x+3}$
47. Решите неравенство  $\log_2(4 - 3x) \leq -3$

## II семестр (экзамен)

### Перечень теоретических вопросов

1. Способы задания и свойства числовых последовательностей.
2. Суммирование последовательностей.
3. Понятие о производной функции, ее геометрический смысл.
4. Понятие о производной функции, ее физический смысл.
5. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
6. Производные суммы, разности, произведения, частного.



7. Производные основных элементарных функций.
8. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
9. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.
10. Вторая производная, ее геометрический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.
11. Вторая производная, ее физический смысл. Нахождение ускорения для процесса, заданного формулой и графиком.
12. Первообразная и интеграл. Свойства.
13. Таблица первообразных.
14. Определенный интеграл, основные свойства и его геометрический смысл. Формула Ньютона—Лейбница.
15. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.
16. Основные понятия комбинаторики. Размещения. Сочетания. Перестановки.
17. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов.
18. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
19. Треугольник Паскаля.
20. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.
21. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)
22. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
23. Параллельность прямой и плоскости.
24. Параллельность плоскостей.
25. Перпендикулярность прямой и плоскости.
26. Перпендикуляр и наклонная.
27. Угол между прямой и плоскостью.
28. Двугранный угол.
29. Угол между плоскостями.
30. Перпендикулярность двух плоскостей.
31. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос.
32. Геометрические преобразования пространства: симметрия относительно плоскости.
33. Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника.
34. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.
35. Многогранники. Параллелепипед. Куб.
36. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.
37. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
38. Сечения куба, призмы и пирамиды.
39. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

40. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
41. Осевые сечения цилиндра и сечения, параллельные основанию.
42. Конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
43. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
44. Осевые сечения конуса и сечения, параллельные основанию.
45. Шар и сфера, их сечения.
46. Касательная плоскость к сфере.
47. Объем и его измерение. Интегральная формула объема.
48. Объем тела. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.
49. Формулы объема пирамиды и конуса.
50. Формулы объема шара и площади сферы.
51. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.
52. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.
53. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.
54. Формула расстояния между двумя точками. Уравнение сферы.
55. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.
56. Сложение векторов. Умножение вектора на число.
57. Векторы. Координаты. Разложение вектора по направлениям.
58. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось.
59. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.
60. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

### Перечень задач

#### Начала математического анализа

1. Вычислите  

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$$
2. Вычислите:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-2}{5x^2+4}$
3. Вычислите:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x_n-5}{x_n^2 \cdot n}$
4. Вычислите:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2}$
5. Вычислите:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+n-3n^2}{4-n+2n^2}$
6. Вычислите:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$
7. Вычислите:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$

8. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x + 4)$$

9. Вычислите:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x-6}$

10. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 2}$

11. Найдите производную функций: а)  $f(x) = 5x^4 + 3x + 7$

б)  $f(x) = \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} + 7$

в)  $f(x) = (4x - 1)^3$

г)  $f(x) = \sqrt{(2x^3 + 3)}$

12. Найдите производную функции  $y = x^3(x - \sqrt{x})$

13. Найдите значение производной функции:  $f(x) = 3\cos 2x$ , при  $x = \frac{\pi}{4}$

14. Найдите значение производной функции:  $f(x) = \frac{1+4x}{1+2x}$ , при  $x=1$ ;  $x=0$

15. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума  
 $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$

16. Найдите производную функции  $f(x) = (3x^2 - 5x + 3) \cdot (2x^2 + x - 8)$

17. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 9x^2$ , прямыми  $x = 2$ ,  $x = 3$  и осью абсцисс

18. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума  
 $y = x^3 - 6x^2 + 16$

19. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума  
 $y = x^3 + 3x + 2$

20. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума  
 $y = -x^3 + 3x - 2$

21. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 16 - x^2$  и осью абсцисс

22. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума  
 $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

23. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба  
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 12x + 9$

24. Найдите производную функции  $y = \frac{\sqrt{x} - 2x^2 - 5x^3}{x - 3x^3}$

25. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x + 3}$

26. Найти уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^2 + 1$

27. в точке  $x_0 = -1$

28. Найдите производную функции  $y = (x^2 - 3x - 1)(1 - 4x - 3x^3)$

29. Найдите производную функции  $y = \ln(3x^2 + x + 4)$

30. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы

$$f(x) = -2x^3 + 33x^2 - 180x + 15$$

31. Найдите производную функции  $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

32. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы

$$f(x) = -2x^3 + 21x^2 - 72x + 9$$

33. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{\ln(x^2 + x^3)}$

34. Найдите производную функции  $y = e^{x+1} \cdot \ln(x + 5)$

35. Найдите производную функции  $y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$

36. Найти уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1 \quad \text{в точке } x_0 = 0$$

37. Найдите производную функции

$$y = (3x + 4) \cdot \ln(x + 1 + x^2)$$

38. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика

$$\text{функции } y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$$

39. Найдите производную функции  $y = \sin(x^2 + 2) \cdot \cos(x - 2)$

40. Найдите промежутки монотонности функции и точки

$$\text{экстремума } y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$$

41. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика

$$\text{функции } y = x^4 - 6x^2 + 4$$

42. Найдите промежутки монотонности функции и точки

$$\text{экстремума } y = x^3 - 6x^2 + 9x$$

43. Найдите промежутки монотонности функции и точки

$$\text{экстремума } y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$$

44. Найдите производную функции

$$f(x) = (x^2 + 2x - 4) \cdot (x^2 - 2x + 5)$$

45. Найдите производную функции  $f(x) = (x^2 + 2x - 4) \cdot \cos x$

46. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x - 1}$

47. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{5x^2 - 2x + 3}{x - 5}$

48. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{\cos x + 1}{\sin x}$
49. Найдите производную функции  $f(x) = (x^2 + 4x - 2)^6$
50. Найдите производную функции  $f(x) = \sin(x^2 + 3x - 5)$
51. Найдите производную функции  $f(x) = \cos(3x - 5)$
52. Найдите производную функции  $f(x) = (2x^2 + 8x + 6)^8$
53. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы  
 $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 2$
54. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x + 2$
55. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 5x + 23$
56. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 62x + 12$
57. Исследовать функцию с помощью производной и построить её график:  
 $y = x^3 - 2x^2 + x$
58. Закон движения материальной точки по прямой задан формулой  $S = t^3 - 3t^2 + 3t + 5$ . В какой момент времени  $t$  скорость точки равна нулю?
59. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 0,5x^2 - 0,5x + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 8$
60. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:  
 $y = 2 \operatorname{tg} x - 4x + \pi - 3$  на отрезке  $[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$ .
61. Для функции  $f(x) = 3 \sin x$  найдите:  
 а) множество всех первообразных; б) первообразную, график которой проходит через точку  $M(\frac{\pi}{2}; 0)$ .
62. Докажите, что функция  $F$  является первообразной для функции  $f(x)$  на промежутке  $(-\infty; +\infty)$ , если  
 а)  $F(x) = x^3 - 4$ ,  $f(x) = 3x^2$ ; б)  $F(x) = 2x - x^2$ ,  $f(x) = 2 - 2x$ .
56. Докажите, что функция  $F(x)$  является первообразной для функции  $f(x)$ , если:

a)  $F(x) = 2x^3 - 6x^2 - \operatorname{ctgx} + 7$  и  $f(x) = 6x^2 - 12x + \frac{1}{\sin^2 x}$ ,  $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

b)  $F(x) = 5x^6 - \ln 7x$  и  $f(x) = 30x^5 - \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ .

61. Вычислите интеграл  $\int (x^2 + 4x + 1) dx$  Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 3x^2$ , прямыми  $x = 2, x = 4$  и осью абсцисс

62. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x dx}{3 + x^2}$

63. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos(x - \frac{\pi}{2}) dx$

64. Найти  $\int \frac{6x + 7}{3x^2 + 7x + 4} dx$

65. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

66. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$

67. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x + 3, \quad y = x^2 + 1$$

68. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 2} dx$

69. Вычислите интеграл  $\int \frac{x + 2}{x^2 + 4x - 3} dx$

70. Вычислите интеграл  $\int (6x^2 - 12) dx$

71. Вычислите интеграл  $\int (e^x + \cos x - 2) dx$

72. Вычислите интеграл  $\int (\sin x + 16) dx$

73. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 16 - x^2$  и осью абсцисс

74. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = \frac{1}{4} - x^2$  и осью абсцисс

### Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

1. В группе 32 студента. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

2. Вычислить:  $A_7^3 + A_6^2 + A_5^3$

3. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

4. Вычислить:  $C_{14}^9 + C_{14}^{10} - C_{15}^{10}$

5. В вазе лежат 7 яблок и 4 груши. Не глядя из вазы, последовательно берут 2 фрукта, не возвращая их обратно. Какова вероятность того, что второй извлечена груша, при условии, что вторым извлечено яблоко, при условии, что первой была извлечена груша?

6. В ящике лежат 15 красных и 5 синих шаров. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара оказались красными?

7. В коробке лежат 10 деталей, среди которых 3 легче остальных. Случайным образом на 7 из них сделали напыление. Какова вероятность того, что вынутая из коробки деталь окажется тяжелой с напылением?

8. В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вынутых цветков окажется, по крайней мере, один нарцисс?

9. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Какова вероятность того, что после пяти выстрелов мишень будет поражена хотя бы четырьмя пулями?

10. Среди 12 деталей 5 бракованных. Наугад вынимают 3 детали. Какова вероятность того, что среди вынутых деталей две окажутся бракованными?

$$P_7 - \bar{A}_2^6 + \frac{A_9^3}{C_{10}^2}.$$

11. Найти

12. Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7 таким образом, чтобы все цифры в числах были различны?

13. Сколько существует различных кодов, состоящих из двузначного числа, цифры которого выбираются из цифр 1, 2, 3, и следующего за ним трехбуквенного слова, буквы которого выбираются из гласных букв русского алфавита? (Цифры и буквы в коде могут повторяться.)

14. Используя свойства числа сочетаний, найти  $C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$ .

15. Сколькими способами можно разложить 7 монет по двум карманам так, чтобы ни один карман не был пустым?

$$\frac{P_8}{A_7^5} + C_6^4 - \bar{A}_3^4.$$

16. Найти

17. Сколькими способами 7 детей ясельной группы можно рассадить на 7 стульях?

18. Сколькими способами можно составить набор из 5 карандашей, выбирая их из 8 имеющихся карандашей восьми различных цветов?

19. Шифр сейфа образуется из двух чисел. Первое, двузначное число, образуется из цифр 1, 2, 3, 4 (цифры в числе могут повторяться). Второе, трехзначное число, образуется из цифр 7 и 6. Сколько различных шифров можно использовать в таком сейфе?

20. Используя свойства числа сочетаний, найти  $C_{11}^9 - C_{10}^8$ .

21. Сколькими способами 6 игроков команды могут рассестся на двух скамейках таким образом, чтобы ни одна из скамеек не пустовала (на одной скамейке могут уместиться не менее 6 человек)?
22. Дан ряд чисел 3,8, 7,2, 6,4, 6,8, 7,2. Найти среднее арифметическое, размах, моду и медиану.
23. В городе пять школ. В таблице приведен средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике. Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу?

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	60	70	30	50	70
Средний балл	60	54	68	72	54

24. В городе пять школ. В таблице приведен средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике. Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу?

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	30	60	40	60	60
Средний балл	66	55	60	64	58

25. При каких значениях  $x$  среднее арифметическое ряда чисел 1, 2, 3, 4,  $x$  будет равно 3.
26. Дана выборка 2, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 7, 9. Найдите медиану этой выборки.
27. На предприятии вели ежедневный учёт поступивших в течение месяца писем. В результате получили: 39, 43, 40, 0, 56, 38, 24, 21, 35, 38, 0, 58, 31, 49, 38, 25, 34, 0, 52, 40, 42, 40, 39, 54, 0, 64, 44, 50, 38, 37, 32. Для полученного ряда данных найти среднее арифметическое, размах, моду и медиану.
28. Определяя степень засорённости цветочных семян, выясняли, сколько семян сорных растений содержится в каждом из 100 произвольных образом выбранных пакетов с одинаковым числом семян. Получили:

Число семян сорных растений	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число пакетов	3	16	26	17	18	10	3	5	1	1

Найти среднее арифметическое и моду.

29. В таблице показан расход электроэнергии некоторой семьей в течение года:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Васход электроэнергии, кВтч	85	80	74	62	54	68	58	54	58	64	74	86

к

- оманде баскетболистов игроки имеют рост (в см): 200, 192, 192, 200, 180, 200, 189, 192, 195, 190, 190, 192. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
31. Подсчитали объем продаж магазина в течение 10 дней (в тыс. руб.): 45, 39, 33, 37, 31, 29, 41, 41. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.



32. Посещаемость сайта за вторую декаду месяца составила: 4300, 4000, 4000, 4100, 4099, 4600, 4097, 4100, 4000, 4200, 4150. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
33. Напряжение в электрической сети за 13 измерений составило (вольт): 227, 214, 242, 223, 242, 223, 242, 220, 212, 241, 239, 223, 242. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
34. Скорость автомобилей, проезжавших перекресток, составила (км/ч): 50, 40, 38, 69, 32, 31, 52, 55, 32, 60, 40, 40. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
35. Студент выписал свои оценки по математике за семестр: 3, 4, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 5, 4. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
36. В ассортименте магазина 13 видов конфет по ценам (руб.): 190, 200, 170, 180, 150, 190, 260, 209, 270, 154, 158, 150, 190. Найти среднюю цену, моду и медиану.
37. Автобус за 10 рейсов перевез пассажиров: 82, 162, 78, 56, 141, 106, 126, 130, 85, 106. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
38. За 7 дней расходы на питание семьи составили (в руб.): 445, 470, 326, 395, 290, 255, 255. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.
39. Высота деревьев на аллее составляет (в метрах): 3,2; 2,5; 4,8; 2,2; 2,6; 12,8; 2,1; 3,1; 2,8; 3,1; 4,8; 3,5. Найти среднюю высоту деревьев, моду и медиану.
40. В конкурсе участвуют 12 фирм, из которых жюри должно выбрать три фирмы на 1-е, 2-е и 3-е места. Сколько вариантов решения жюри существует?
41. В соревнованиях по футболу принимают участие 8 команд. Сколько должно состояться матчей, чтобы команды встретились друг с другом по одному разу?
42. Сколькими способами можно распределить 6 пригласительных билетов в группе из 20 студентов?
43. В группе 5 студентов успешно занимаются по математике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 студента для участия в олимпиаде?
44. Членами кооператива являются 10 человек. Из них нужно выбрать руководителя и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
45. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.
46. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?
47. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
48. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

49. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.
50. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?
51. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
52. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: А, В, С и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу А?
53. На турнир по шахматам прибыло 26 участников в том числе Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбили на две группы по 13 человек. Найти вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.
54. В классе 16 учащихся, среди них два друга —Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.
55. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.
56. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 спортсменов, среди которых 7 участников из России, в том числе Платон Карпов. Найдите вероятность того, что в первом туре Платон Карпов будет играть с каким-либо спортсменом из России?
57. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России?
58. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Сергей и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Андрей окажутся в одной группе.
59. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.
60. В классе 21 учащийся, среди них две подруги - Аня и Нина. Класс случайным образом делят на семь групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

61. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
62. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечетное число очков.
63. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
64. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
65. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже  $36,8^{\circ}\text{C}$  равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.
66. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.
67. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.
68. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.
69. Вероятность того, что на тесте по химии учащийся П. верно решит больше 8 задач, равна 0,48. Вероятность того, что П. верно решит больше 7 задач, равна 0,54. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 8 задач.
70. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

## Геометрия

1. Осевое сечение конуса – правильный треугольник со стороной 12 см. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен  $30^{\circ}$ . Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что  $AB=AC=5\text{см}$ ,  $BC=6\text{см}$ ,  $AD=12\text{см}$ . Найдите расстояние от концов отрезка AD до прямой BC.

2. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC, если  $AB=6\text{ см}$ .

3. В треугольнике ABC дано:  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC=6$  см,  $BC=8$  см,  $CM$  – медиана. Через вершину  $C$  проведена прямая  $CK$ , перпендикулярная к плоскости треугольника ABC, причем  $CK=12$  см. Найдите  $KM$ .
4. Через сторону  $AB$  ромба ABCD проведена плоскость ADM так, что двугранный угол  $BADM$  равен  $60^\circ$ . Найдите сторону ромба, если  $\angle BAD = 45^\circ$  и расстояние от точки  $B$  до плоскости ADM равно  $4\sqrt{3}$
5. Сумма площадей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равна  $404$   $\text{дм}^2$ , а его ребра пропорциональны числам 3, 7 и 8. Найдите диагональ параллелепипеда.
6. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
7. Угол между образующей и осью конуса равен  $45^\circ$ , образующая равна 6,5 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
8. В прямоугольном параллелепипеде основания равны 3 и 4 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
9. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.
10. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 12 и 16 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 26 см. Найдите высоту пирамиды.
11. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник. Через середину гипотенузы перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите площадь сечения, если катеты равны 20 и 21 см, а боковое ребро равно 42 см.
12. Основанием пирамиды DABC является треугольник ABC, у которого  $AB=AC=13$  см,  $BC=10$  см, ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
13. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4дм и 2дм, а боковое ребро равно 2дм. Найдите высоту и апофему пирамиды.
14. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получится квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
15. Толщина боковой стенки и дна стакана цилиндрической формы равна 1 см, высота стакана равна 16см, а внутренний радиус равен 5см. Вычислите площадь полной поверхности стакана.
16. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью боковой грани и угол в  $45^\circ$  с боковым ребром. Найдите объем параллелепипеда.

17. Найдите объем прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , если  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $AB = 5$  см,  $AC = 3$  см и наибольшая из площадей боковых граней равна  $35$  см<sup>2</sup>.
18. Высота конуса равна 5 см. На расстоянии 2 см от вершины его пересекает плоскость, параллельная основанию. Найдите объем исходного конуса, если объем меньшего конуса, отсекаемого от исходного, равен  $24$  см<sup>3</sup>.
19. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженное стаканчик, если оно растает? (Ответ подтвердите расчетами)
20. Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Сравните объемы Земли и Луны, считая их шарами.
21. Конический бак имеет глубину 3 м, а его круглый верх имеет радиус 1,5 м. Сколько литров жидкости он вмещает?
22. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
23. Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.
24. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
25. Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.
26. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 гр краски?
27. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите площадь основания цилиндра
28. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
29. Найти диагональ и объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 8 см, 9 см и 12 см.
30. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 5 см, а сторона основания равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
31. Площадь сечения шара плоскостью равна  $20$  см<sup>2</sup>, а расстояние от центра шара до секущей плоскости равно 4 м. Найдите объем шара.
32. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, катет которого равен 40 м, а гипотенуза равна 41 м. Высота пирамиды равна 20 м. Найдите объем пирамиды.
33. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см, а апофема образует с высотой угол в  $45^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

34. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной, равной 2 см. Найдите объем цилиндра.
35. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ , а расстояние от центра основания до образующей равно  $\sqrt{3}$  м. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
36. Площадь полной поверхности куба равна  $24 \text{ см}^2$ . Найдите его объем.
37. Прямоугольник, стороны которого равны 2 см и 5 см, вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объем тела вращения.
38. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $5\sqrt{2}$  м, боковое ребро равно 13 м. Найдите объем пирамиды.
39. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 2 см и 3 см, а диагональ равна 7 см. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда.
40. Прямоугольный треугольник, катет которого равен 4 м, а гипотенуза равна 5 м, вращается вокруг большего катета. Найдите объем тела вращения.
41. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно  $6\sqrt{3}$  м, а сторона основания равна 6 м. Найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $CD_1$ .
42. Высота конуса равна 8 см, а радиус основания равен 6 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
43. Стороны  $AB$  и  $AD$  основания прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равны 6 м и 8 м, угол между диагональю  $AC_1$  параллелепипеда и плоскостью основания равен  $45^\circ$ . Найдите синус угла между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $ABB_1$ .
44. Диагональ куба равна  $2\sqrt{3}$  м. Найдите площадь его полной поверхности.
45. На расстоянии 9 см от центра шара проведено сечение, длина окружности которого равна 24 см. Найдите объем шара.
46. В конусе длина образующей равна 5, а радиус основания равен 4. Найдите объем конуса.
47. Даны три точки:  $A(4; -2; 5)$ ,  $B(2; 2; 1)$ ,  $C(3; 6; 1)$  в декартовой прямоугольной системе координат. Найти: а) координаты векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ; в) угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ .
48. Вычислить площадь треугольника с вершинами  $A(-4; 4; 4)$ ,  $B(3; 1; 0)$ ,  $C(-1; 0; 6)$ .
49. Найдите длину вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(-1; -1; 1)$  и  $B(-3; 1; 0)$ .
50. Точка  $M$  не лежит в плоскости треугольника  $ABC$ ,  $K$  – середина  $MB$ . Каково взаимное расположение прямых  $MA$  и  $CK$ ?
51. Упростите выражение:  $\overline{AC} + \overline{BB_1} + \overline{BA} + \overline{D_1B} + \overline{B_1D_1} + \overline{DC}$  если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - параллелепипед.
52. Найдите сумму векторов:  $\vec{a}(4; 2; -4)$  и  $\vec{b}(6; -4; 10)$ .
53. Найдите длину вектора  $\vec{a} - 3\vec{b}$ , если  $\vec{a}(2; 1; -5)$ ,  $\vec{b}(-3; 0; 1)$ .

54. Найдите длину вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(2; -5; 3)$  и  $B(5; 1; -2)$ .
55. Даны векторы  $\overline{AB}(-1; 3; -3)$  и  $\overline{BC}(4; -5; 1)$ . Найдите координаты и длину вектора  $\overline{AC}$ .
56. Осевое сечение цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.
57. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания  $45^\circ$ . Сторона основания пирамиды 6 см. Найдите объем пирамиды.
58. Найти скалярное произведение векторов:  $\vec{a}(1, -2, 1)$  и  $\vec{b}(2, 0, 1)$
59. Найдите угол между векторами: а)  $\vec{a}(1, 1, 1)$  и  $\vec{b}(1, -1, -1)$ ,
60. Найти косинус угла между векторами:  $\vec{a}(2, -1, 1)$  и  $\vec{b}(4, -3, 5)$

**Критерии оценки**  
**Критерии оценки (экзамен)**

	<b>Критерии оценки результатов выполнения теоретического задания</b>	Баллы за критерии оценки
		<b>Максимальный балл – 1 балла</b>
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует глубокое, полное знание и понимание программного материала;</li> <li>- исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически верно излагает материал;</li> <li>- дает точное определение и истолкование основных понятий;</li> <li>- при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит верные аргументы, делает правильные выводы;</li> <li>- правильно и обстоятельно отвечает на сопутствующие вопросы.</li> </ul>	1
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует глубокое, полное знание и понимание программного материала;</li> <li>- в основном правильно, без изменения основной сути грамотно и логически верно излагает материал;</li> <li>- допускает несущественные неточности при определении и истолковании основных понятий;</li> <li>- при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит верные аргументы, верно, но с незначительными ошибками делает выводы;</li> <li>- правильно, но совершая незначительные ошибки, отвечает на сопутствующие вопросы.</li> </ul>	0,6
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- раскрывает основное содержание учебного материала, но обнаруживаются существенные пробелы в понимании программного материала</li> <li>- неполно, нарушая последовательность излагает материал;</li> <li>- допускает ошибки в определении и истолковании основных понятий;</li> <li>- при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит частично верные аргументы, отдельные выводы нельзя считать верными и обоснованными;</li> <li>- студент испытывает значительные затруднения, отвечая на сопутствующие вопросы.</li> </ul>	0,3
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки;</li> <li>- не знает или дает неверное определение и истолкование основных понятий</li> <li>- не может привести верные аргументы, делает неправильные выводы;</li> <li>- неверно отвечает на сопутствующие вопросы.</li> </ul>	0
	<b>ИТОГО</b>	<b>1</b>



	<b>Критерии оценки практического задания по алгебре</b>	<b>Баллы за критерии оценки</b>
	Ход решения верный, приведено верное обоснованное решение, получен верный ответ	<b>1,5</b>
	Ход решения верный, но допущена одна ошибка вычислительного характера,	1
	Решение начато логически верно, допущена вычислительная ошибка; или решение не доведено до конца, ответ отсутствует	0,5
	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения	0
	<b>ИТОГО</b>	<b>1,5</b>

<b>№</b>	<b>Критерии оценки практического задания по геометрии</b>	<b>Баллы за критерии оценки</b>
<b>1</b>	найден верный способ решения; приведена верная последовательность всех шагов решения; верно обоснованы все ключевые моменты выбранного способа решения; верно отмечены на чертеже свойства всех представленных в условии фигур и их элементов; верно выполнены все преобразования и вычисления; получен верный ответ	<b>1,5</b>
<b>2</b>	найден верный способ решения; приведена верная последовательность всех шагов решения; допущены отсутствия и (или) негрубые ошибки в обоснованиях ключевых моментов; верно отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют важную роль в решении задачи; допущена одна негрубая вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения	1
<b>3</b>	ход решения верный; решение, возможно, не завершено; допущены отсутствия и (или) негрубые ошибки в обоснованиях ключевых моментов; отмеченные на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов имеют неточности; допущены негрубые ошибки в вычислениях и в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения; в результате этих ошибок может быть получен неверный ответ	0,5
<b>4</b>	неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения	0
	<b>ИТОГО</b>	<b>1,5</b>